Элементы математической логики.

Определение 1:

<u>Высказыванием</u> называется повествовательное предложение, о котором всегда можно сказать, истинно оно или ложно.

Высказывание A = «На улице идёт дождь». Истинностное значение этого высказывания может быть:

1) *истинно* – **И**;
2) *ложно* – **Л**,

в зависимости от погоды.

<u>Таблицей истинности</u> логической функции принято называть табличное представление логической операции, в котором присутствуют все возможные сочетания значений входных переменных (высказываний) и получаемые при этом значения выходных переменных (результатов логической операции).

Для любой логической функции можно построить таблицу истинности, которая определяет её истинность или ложность при всех возможных комбинациях значений аргументов (логических переменных).

При построении таблиц истинности целесообразно придерживаться следующего алгоритма действий:

1. Сначала определяют количество строк в таблице истинности. Количество строк равно 2^n, (где n – количество логических переменных) плюс строка заголовка.
2. Далее определяют количество столбцов в таблице истинности, оно равно количеству логических переменных плюс количество логических операций.
3. Затем строится таблица истинности с указанным количеством строк и столбцов, столбцы подписываются, а в таблицу вносятся всевозможные наборы значений исходных логических переменных.
4. Выполняются необходимые логические операции, таблица истинности заполняется по столбцам.

Определение 2:

<u>Отрицанием</u> высказывания A называется высказывание образующееся при помощи слова «**НЕ**». Обозначается $\overline{A}$. При этом:

A	$\overline{A}$
И	Л
Л	И

Высказывание A = «На улице идёт дождь», высказывание $\overline{A}$ = «На улице не идёт дождь».

Определение 3:

<u>Дизъюнкцией</u> высказываний A и B называется высказывание образующееся при помощи слова «**ИЛИ**». Обозначается $A \vee B$. При этом:

A	B	$A \vee B$
И	И	И
И	Л	И
Л	И	И
Л	Л	Л

Определение 4:

Конъюнкцией высказываний A и B называется высказывание образующееся при помощи слова «**И**». Обозначается $A \wedge B$. При этом:

A	B	$A \wedge B$
И	И	И
И	Л	Л
Л	И	Л
Л	Л	Л

Определение 5:

Импликацией высказываний называется высказывание, образующееся при помощи слов «**если…, то…**». Обозначается $A \to B$. При этом:

A	B	$A \to B$
И	И	И
И	Л	Л
Л	И	И
Л	Л	И

Определение 6:

Эквиваленцией высказываний A и B называется высказывание образующееся при помощи слов «**… тогда и только тогда, когда …**». Обозначается $A \leftrightarrow B$. При этом:

A	B	$A \leftrightarrow B$
И	И	И
И	Л	Л
Л	И	Л
Л	Л	И

Определение 7:

Формулами в алгебре высказываний называются:

а) элементарные высказывания (A, B, C);

б) если A и B – формулы, то и $\overline{A}$, $A \vee B$, $A \wedge B$, $A \to B$, $A \leftrightarrow B$ – формулы. Все формулы алгебры высказываний – только те, что определены выше.

Определение 8:

Формула называется ***тавтологией*** (*тождественная истина*), если она принадлежит значению «*истина*» при любых истинностных значениях элементарных высказываний, входящих в эту формулу.

Определение 9:

Формула называется ***противоречием***, если при любых истинностных значениях элементарных высказываний она принимает значение «*ложь*».

Определение 10:

Две формулы называются ***равносильными***, если они принимают одинаковые истинностные значения при любых истинностных значениях элементарных высказываний.

Законы операций математической логики (логический операций).

Ассоциативный (сочетательный)	
$A \vee (B \vee C) \equiv (A \vee B) \vee C$	$A \wedge (B \wedge C) \equiv (A \wedge B) \wedge C$
Коммуникативный	
$A \vee B \equiv B \vee A$	$A \wedge B \equiv B \wedge A$
Дистрибутивный закон	
$\vee$ относительно $\wedge$	$\wedge$ относительно $\vee$
$A \vee (B \wedge C) \equiv (A \vee B) \wedge (A \vee C)$	$A \wedge (B \vee C) \equiv (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$
Иденпотенции (тоже самое)	
$A \vee A \equiv A$	$A \wedge A \equiv A$
Закон поглощения	
$A \vee (A \wedge B) \equiv A$	$A \wedge (A \vee B) \equiv A$
Закон исключения (склеивания)	
$(A \vee B) \wedge (\overline{A} \vee B) \equiv B$	$(A \wedge B) \vee (\overline{A} \wedge B) \equiv B$
$A \vee \overline{A} \equiv 1$	$A \wedge \overline{A} \equiv 0$
$A \vee 0 \equiv A$	$A \wedge 0 \equiv 0$
$A \vee 1 \equiv 1$	$A \wedge 1 \equiv A$
Законы де Моргана	
$\overline{(A \vee B)} \equiv \overline{A} \wedge \overline{B}$	$\overline{(A \wedge B)} \equiv \overline{A} \vee \overline{B}$
Закон двойного отрицания	
$\overline{\overline{A}} \equiv A$	